

理論家からみた統計誤差と系統誤差

牧野淳一郎

東京工業大学 地球生命研究所 教授/PI

理化学研究所 計算科学研究機構
粒子シミュレータ研究チーム チームリーダー

「銀河系目標ミニワークショップ」 2013/12/27

何の話をするか？

VLBI の距離決定ってどれくらい本当？

なぜそんな話をするか？

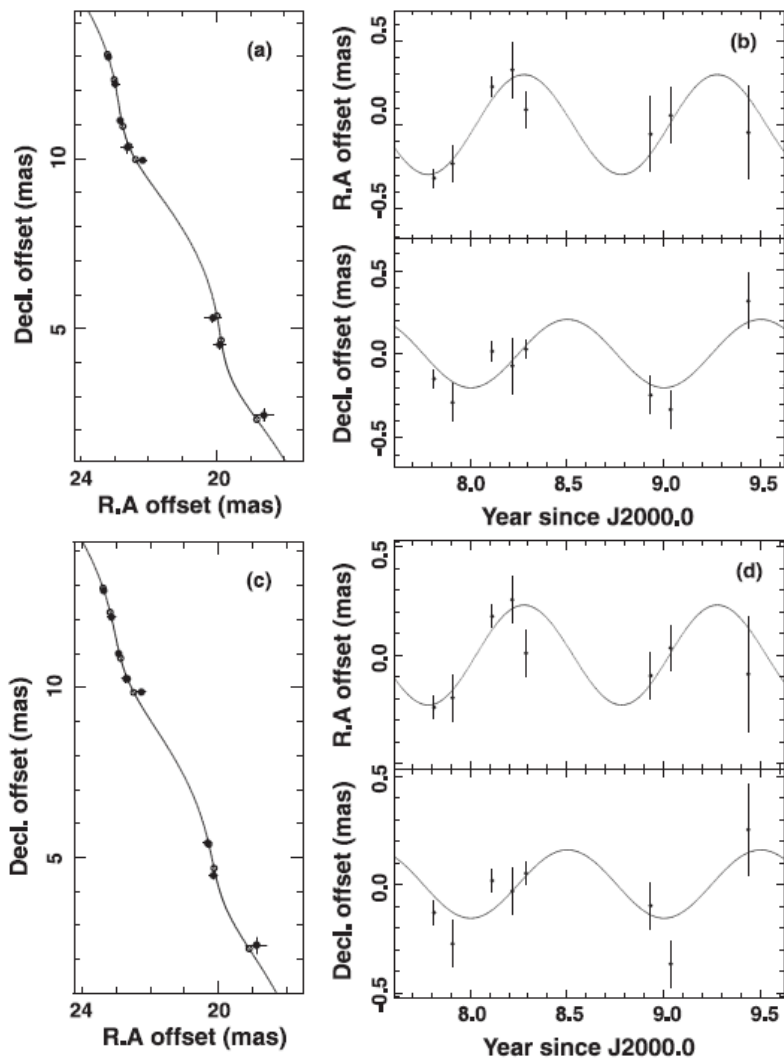
- どうも良くわからない。
- 理論との比較とか考えるなら、観測値の意味は重要。

どういふ話をするか？

- VERA 特集号 (時間なかつたので新しいほうだけ) の論文全部で、どうやってるかまとめる
- それぞれについて検討して、なんかいえるかどうか考える。

Imai et al.

$263 \pm 47 \mu\text{as}$



Imai et al.

Table 3. Parameters of the fitted maser spot motion.

Spot ID	V_{LSR} [km s ⁻¹]	$N_{\text{e, total}}$ *	$N_{\text{e, valid}}$ [†]	X_0 [‡] [mas]	Y_0 [‡] [mas]	μ_X [mas yr ⁻¹]	μ_Y [mas yr ⁻¹]	π [mas]
1...	17.35	11	8	23.66±1.06	53.07±0.66	-2.99±0.13	-6.77±0.08	0.302±0.051
2...	16.93	15	8	22.62±0.72	52.14±0.67	-2.86±0.09	-6.66±0.08	0.234±0.044
3...	16.51	8	7	24.92±1.26	50.17±0.94	-3.16±0.15	-6.41±0.12	0.181±0.065 [§]
4...	16.51	6	6	15.61±1.22	53.64±0.78	-1.98±0.15	-6.86±0.10	0.172±0.138 [§]
5...	16.09	6	6	15.78±0.99	53.52±0.68	-2.00±0.11	-6.83±0.08	0.210±0.135 [§]
Weighted mean 				20.8±3.7 [#]	52.7±1.1 [#]	-2.61±0.47 [#]	-6.73±0.14 [#]	0.263±0.047 ^{**}

* Number of epochs when the spot was detected.

† Number of the data points used in model fitting.

‡ Position of the epoch J2000.0 with respect to the delay-tracking center (see main text).

§ The derived annual parallax is not included in the final parallax value estimation because there are a limited number of the data points valid for the annual parallax measurement or the data points had a time baseline too short, which causes a large estimation error.

|| The error includes a mean of statistic errors and a standard deviation of the model fit results.

Derived from a mean of all maser spots.

** Derived from a mean of the first two maser spots that have the largest number of the data points valid for the annual parallax measurements.

- 各スポットの誤差は 0.051, 0.044 ...
- 最終結果: 0.047。誤差も平均した? (方法書いてない気がする)

Tafoya et al.

$0.26 \pm 0.04 \text{ mas}$

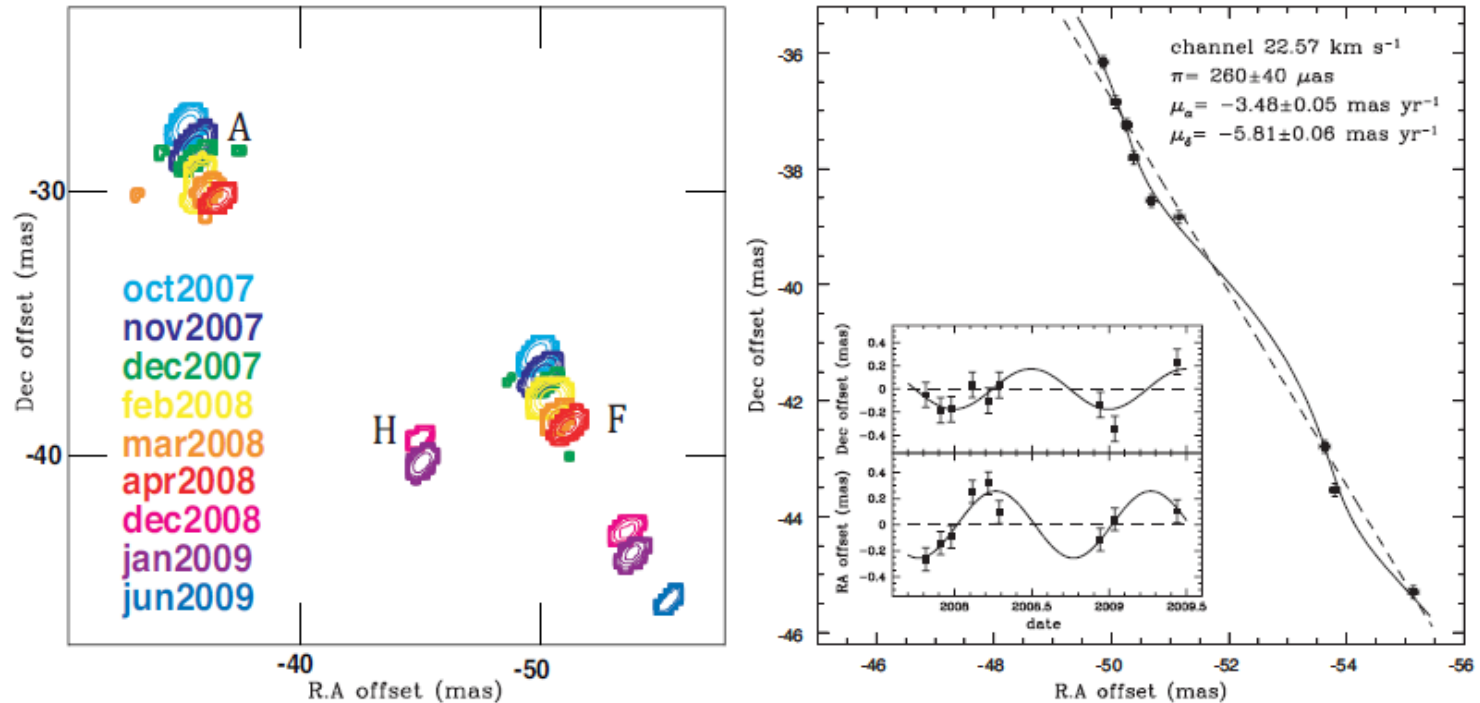
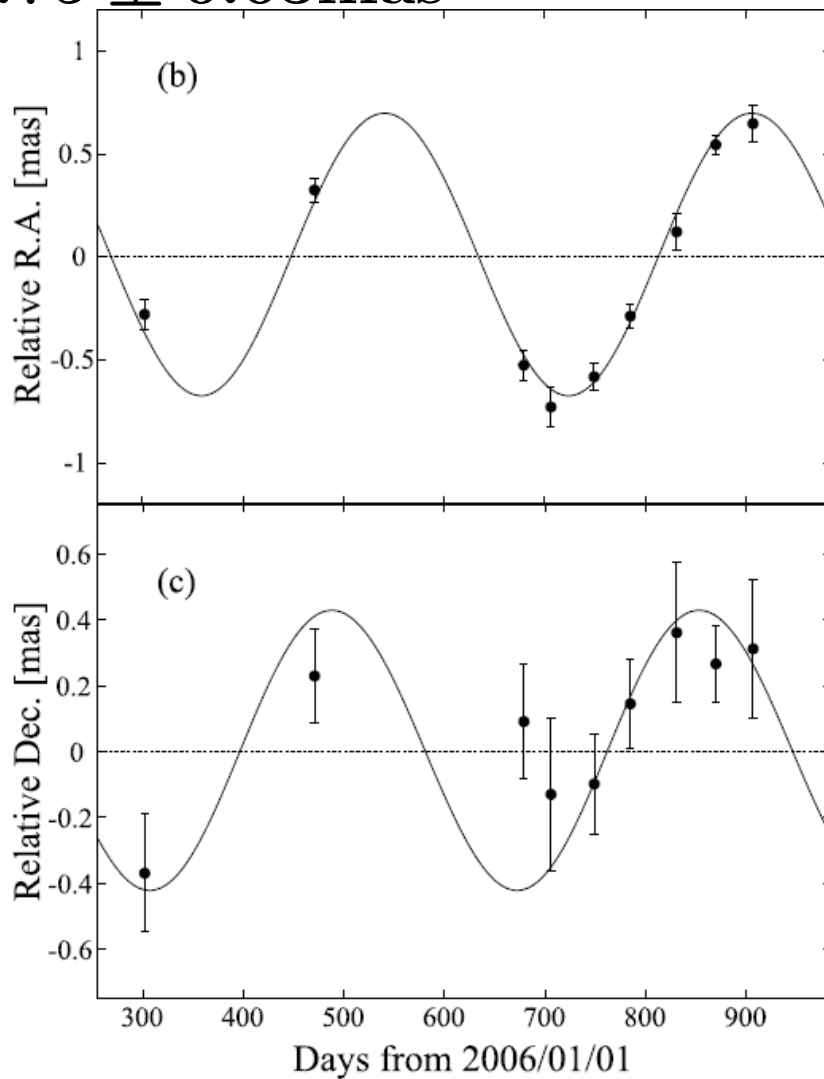


Fig. 1. Left panel: Maps of the maser emission detected with VERA at the epochs used for the measurement of the annual parallax and proper motion (table 3). The labels (A and F) indicate the same maser features as those shown in table 2 and figure 2. The first contour indicates the 6-sigma noise level. The following contours show intensity levels at 1% of peak intensity, and they increase by a factor of 1.6. Right panel: Motion of the water maser spot at $v_{\text{LSR}} = 22.57 \text{ km s}^{-1}$ (i.e., $m_{22.57}$) in K 3–35 and the fitted kinematical model consisting of a linear proper motion and a sinusoidal annual parallax (dashed line and solid line, respectively). The RA and Dec offsets are set with respect to the phase-tracking center of the 22.57 km s^{-1} component. The inset shows the motion of the spot as a function of time, after removing the linear proper-motion component. The error bars show the mean standard deviation of the data from the model ($\sigma_{\text{RA}} = 0.09 \text{ mas}$, $\sigma_{\text{Dec}} = 0.11 \text{ mas}$).

Feature F だけ使っている？

Nyu et al.

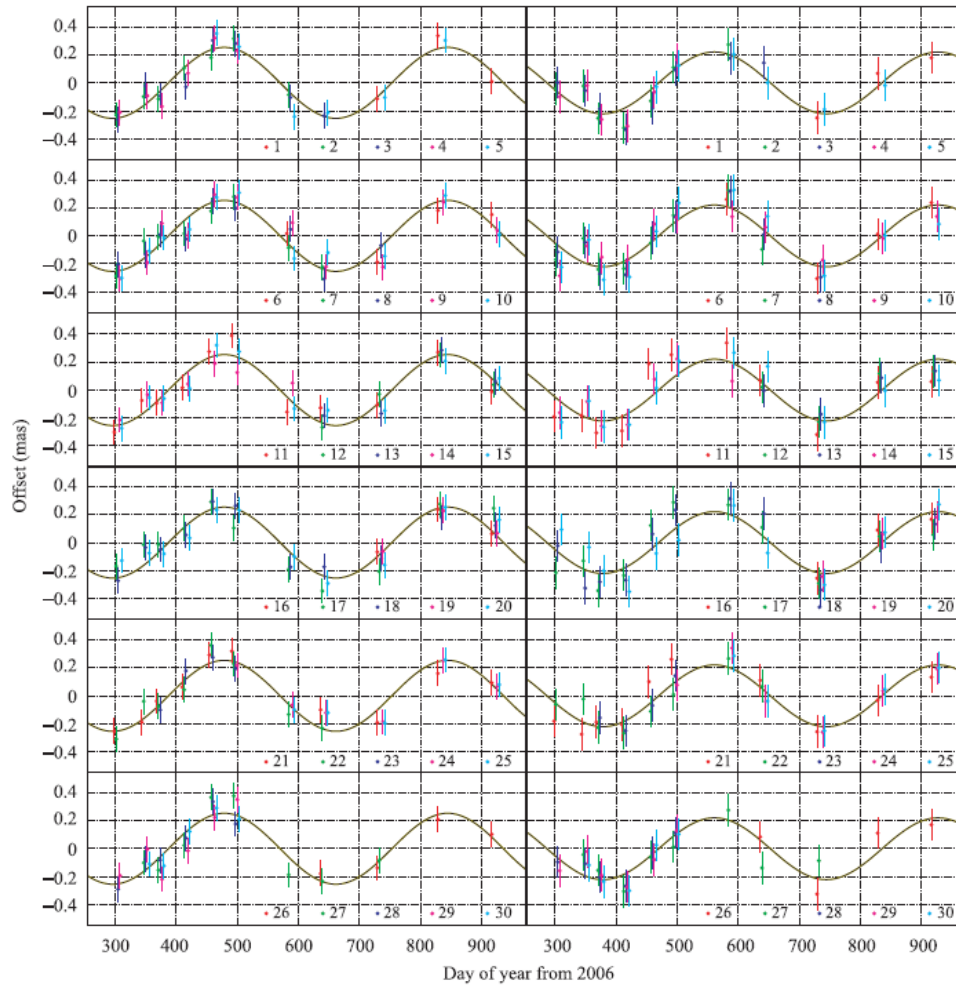
$0.75 \pm 0.03\text{mas}$



Feature A だけ？

Ando et al.

$261 \pm 9 \mu\text{as}$



- 14 スポット、最小 0.031mas
- Combined fit 0.009mas
- “Combined fit”

Motogi et al.

$0.78 \pm 0.04 \text{ mas}$

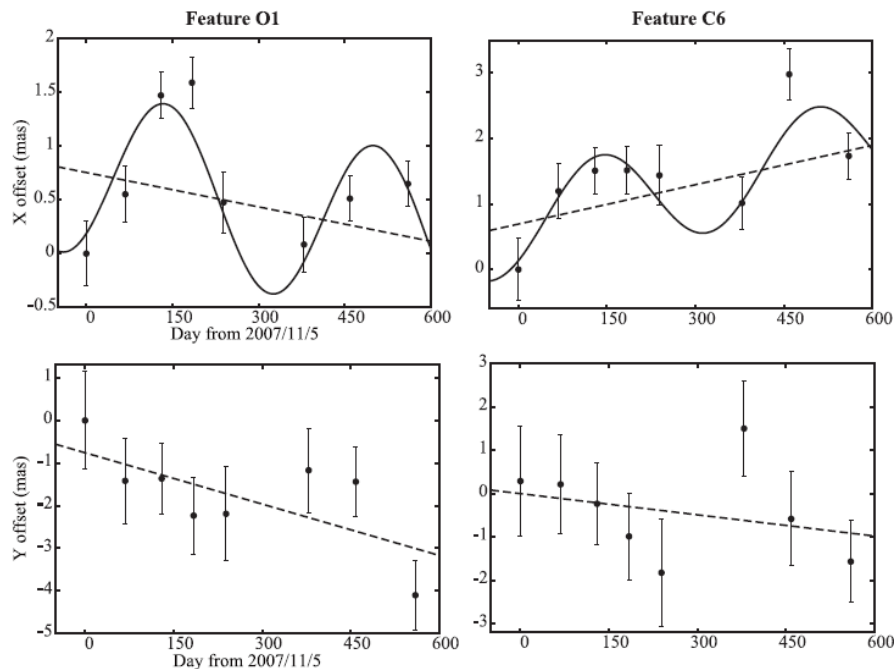


Table 2. Summary of simple parallax fittings.

Feature	V_{LSR} (km s $^{-1}$)		π (mas)	D (kpc)	σ^* (mas)	μ^\dagger (mas yr $^{-1}$)
O1	9.4	X	0.79 ± 0.05	1.27 ± 0.08	0.27	-0.43 ± 0.09
		Y	—	—	0.78	-1.43 ± 0.29
C6	11.0	X	0.77 ± 0.09	$1.30^{+0.17}_{-0.14}$	0.39	0.77 ± 0.14
		Y	—	—	0.94	-0.47 ± 0.30
Combined ‡			0.78 ± 0.04	$1.28^{+0.07}_{-0.06}$		

* The rms deviations of the post-fit residuals.

† 1 mas yr $^{-1}$ = 6.1 km s $^{-1}$ at the distance.

‡ The weighted means of those for two features.

2つのスポットの平均、と書いてある。誤差は分散に重み付けした模様

Nagayama et al.

$0.404 \pm 0.017\text{mas}$

Table 1. Best-fit values of the parallaxes and proper motions for ten H₂O maser features in ON 1.*

ID	$\Delta\alpha$ (mas)	$\Delta\delta$ (mas)	v_{LSR} (km s ⁻¹)	Detected epochs	π (mas)	$\mu_{\alpha}\cos\delta$ (mas yr ⁻¹)	μ_{δ} (mas yr ⁻¹)
1	126.5	88.1	7.7	11111111100	0.389 ± 0.036	-2.65 ± 0.09	-5.58 ± 0.12
2	6.5	1.1	10.2	00011111111	0.428 ± 0.025	-2.73 ± 0.05	-5.44 ± 0.08
3	0.0	0.0	14.9	11111111111	0.407 ± 0.021	-3.42 ± 0.03	-5.30 ± 0.04
4	-0.2	-2.6	14.4	01111111110	0.420 ± 0.041	-3.32 ± 0.05	-5.21 ± 0.07
5	-14.6	-1.8	16.5	11111111111	0.382 ± 0.031	-3.89 ± 0.07	-4.94 ± 0.09
6	-836.8	-1653.0	10.6	11111111111	0.421 ± 0.066	-3.20 ± 0.09	-5.02 ± 0.12
7	-985.1	-1270.3	14.0	11111111000	0.390 ± 0.055	-3.51 ± 0.10	-4.08 ± 0.14
8	-994.3	-1269.9	6.4	11111100000	0.382 ± 0.057	-3.71 ± 0.15	-3.15 ± 0.21
9	-1073.2	-1375.1	8.5	11111110000	0.399 ± 0.039	-2.05 ± 0.11	-3.72 ± 0.16
10	-1079.9	-1369.5	7.3	00111111110	0.416 ± 0.065	-2.51 ± 0.15	-4.58 ± 0.20
Combined fit					0.404 ± 0.012		
Average						-3.10 ± 0.18	-4.70 ± 0.24

* Columns (2), (3): Offsets relative to the position of the maser feature at $v_{\text{LSR}} = 14.9 \text{ km s}^{-1}$: $(\alpha, \delta)_{\text{J2000.0}} = (20^{\text{h}}10^{\text{m}}09^{\text{s}}20454, 31^{\circ}31'36''1012)$ in 2006/245. Column (4): LSR velocity. Column (5): Detected epochs: "1" for detection and "0" for nondetection. Column (6): Parallax estimates. Columns (7), (8): Motions on the sky along the right ascension and declination.

Nagayama et al.

テキストから:

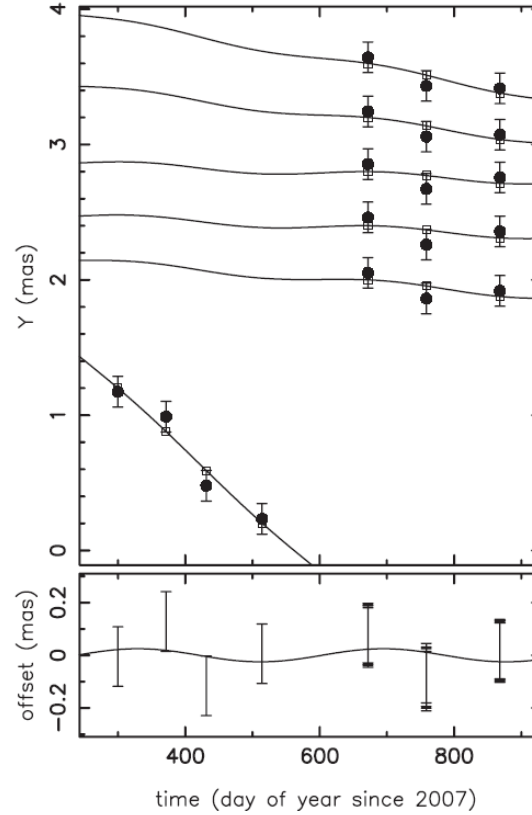
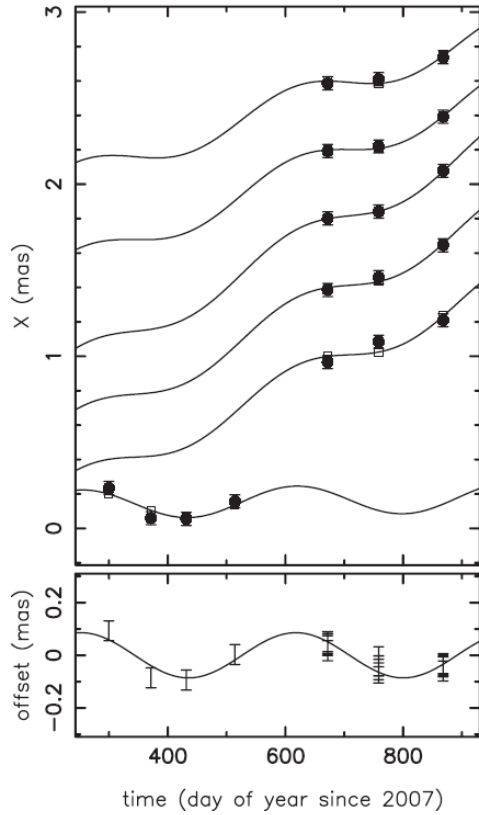
A conservative approach would prove that the uncertainty is not reduced even if combined fittings of ten maser features are made. In this approach, the uncertainty would be estimated to be 0.021 mas from the smallest uncertainty of the ID 3 maser feature. However, the results of ten maser features are not entirely correlated, since the obtained parallaxes from individual fittings do not have completely the same value. Therefore, we estimated the final uncertainty of the parallax, taking an average of the uncertainties of 0.012 mas and 0.021 mas, and obtain 0.404 ± 0.017 mas,

Nagayama et al.

- 保守的に考えると、10個のフィーチャーの結合フィットをやっても誤差はへらない
- そう考えると、最小誤差の 0.021 mas がよからう
- でも、完全に誤差が相関しているわけでもない
- なので、結合フィットの推定誤差の 0.012 との平均をとってみた

Honma et al.

$0.086 \pm 0.027 \text{ mas}$



Honma et al.

Table 1. Summary of parallax determinations.

ID	Note	π (mas)
Fit 1	Equal weight for six spots	0.069 ± 0.020
Fit 2	Equal weight for two features	0.103 ± 0.021
Final	Mean of the fits 1 & 2	0.086 ± 0.027

* Fits 1 & 2 are done based on the different weights, and the final value is obtained by taking the mean of the two. The error bar of the final parallax is determined by combining in quadrature the scatter of the individual parallaxes around the mean (± 0.017 mas) and the error bar of individual parallax (± 0.021 mas).

良くわからない

Niimura et al.

$0.496 \pm 0.031\text{mas}$

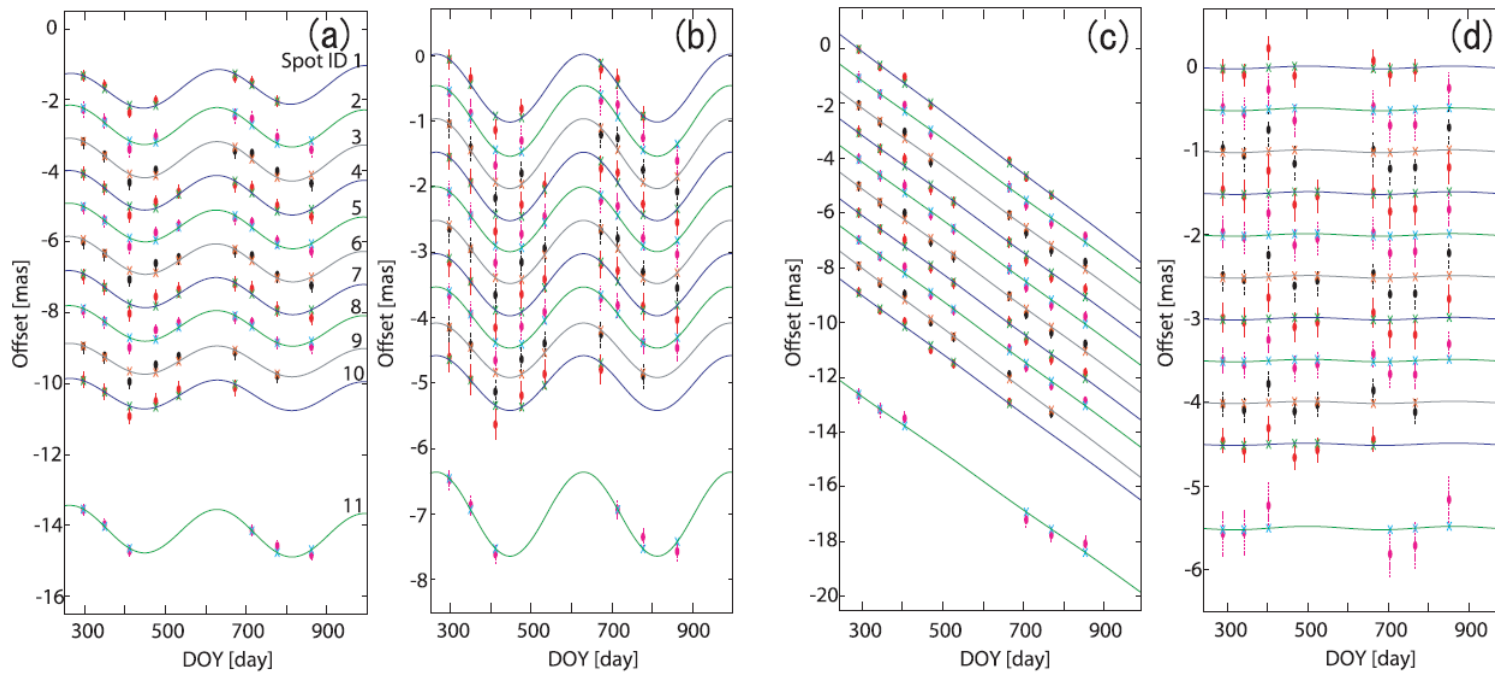


Table 2. Parallax and absolute proper motions of each maser spot.

Spot ID	v_{LSR}	Position offset [†] [mas]		Annual parallax [‡] [mas]	Absolute proper motions [mas yr ⁻¹]		Detected epochs [§]	N_{epoch}
		$\Delta\alpha\cos\delta$	$\Delta\delta$		$\mu_{\alpha}\cos\delta$	μ_{δ}		
1	-9.480	-0.325(0.134)	-0.040(0.132)	0.518 ± 0.084	0.11 ± 0.12	-4.04 ± 0.10	1111*111**	7
2	-9.269	-0.269(0.197)	-0.054(0.186)	0.539 ± 0.119	-0.07 ± 0.15	-3.88 ± 0.12	1111*1111*	8
3	-9.059	-0.171(0.190)	-0.045(0.200)	0.533 ± 0.114	-0.01 ± 0.14	-3.88 ± 0.13	1111*1111*	8
4	-8.848	-0.081(0.173)	-0.032(0.194)	0.522 ± 0.102	-0.14 ± 0.13	-3.88 ± 0.13	111111111*	9
5	-8.637	-0.033(0.173)	-0.012(0.191)	0.495 ± 0.103	-0.19 ± 0.13	-3.89 ± 0.12	111111111*	9
6	-8.427	-0.001(0.185)	-0.005(0.185)	0.481 ± 0.110	-0.21 ± 0.14	-3.90 ± 0.12	111111111*	9
7	-8.216	0.024(0.188)	0.013(0.169)	0.473 ± 0.111	-0.20 ± 0.14	-3.92 ± 0.11	111111111*	9
8	-8.005	0.049(0.175)	0.025(0.156)	0.466 ± 0.103	-0.14 ± 0.13	-3.92 ± 0.10	111111111*	9
9	-7.795	0.050(0.181)	0.060(0.144)	0.416 ± 0.116	-0.07 ± 0.18	-4.01 ± 0.12	111111*1**	7
10	-7.584	0.114(0.196)	0.119(0.145)	0.419 ± 0.137	-0.05 ± 0.27	-3.92 ± 0.18	111111****	6
11	-7.373	18.435(0.129)	12.334(0.276)	0.641 ± 0.120	-0.12 ± 0.12	-3.75 ± 0.19	111***111*	6
Combined fit		(0.181)	(0.183)	0.496 ± 0.031				—

結合フィットでは \sqrt{N} くらいで誤差が減っている。

ここまでのまとめ

複数スポットのフィットからの誤差推定

Imai 「誤差の平均」

Ando et al 全体フィット

χ^2 がそれらしくなるよう誤差フロア調整

Motogi 分散にウェイト。基本に \sqrt{N} 的

Nagayama 結合フィットと最小値の平均

Honma よくわからない

Niimura Ando et al と同様？

論文毎にやり方がバラバラな感じ、、、

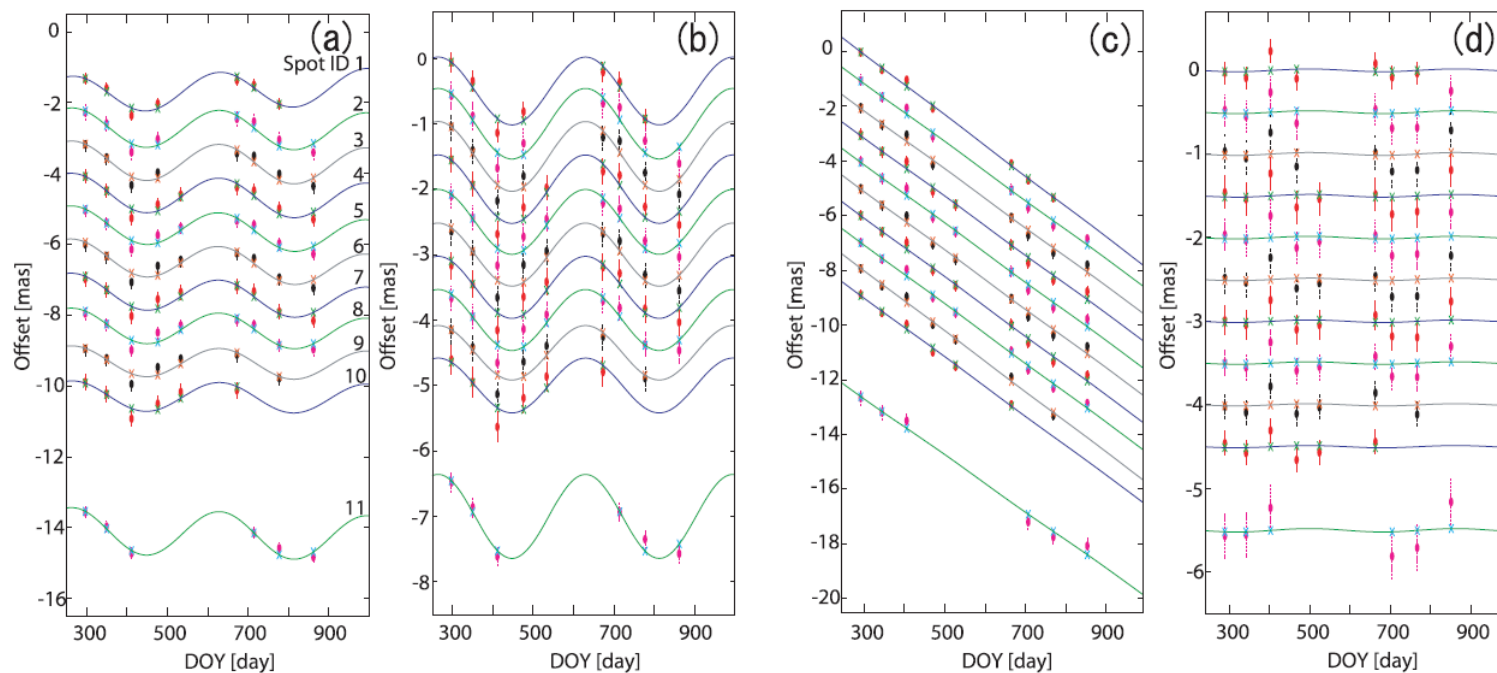
もうちょっと整理

基本的に2派？

- フィーチャー間の相関を気にしない
 - 結合フィットして数値でる。
- フィーチャー間の相関を気にする
 - 色々、、、

しかし

フィーチャー間の相関はある。グラフ見ればわかる。



同じエポックの誤差は基本的に同じ方向にでている。

なので

- フィーチャー間の相関が誤差推定にはいっていないのはおかしい(最終的な誤差を過小評価する)
- フィットした後なら、残差のフィーチャー間の相関はみえるわけで、値の推定もできる
- なので、少なくとも残差の相関を使って誤差推定をやり直すべきでは？

多分こんな感じのシミュレーション検討が必要？

- 誤差がないモデル観測データを作る。
- 各エポックのメーザースポットの位置に、スポット間相関がある誤差を入れる。
- 現在使われている色々な方法で固有運動、視差、誤差を決める。

もちろん、こんなのはとっくにやられている、ということなら問題ないはず、、、

まとめ

まとめ

は特にないので、これでおしまい。